

2018~2019学年天津河西区天津市新华中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. 曲线 $y = \frac{x}{x+2}$ 在点 $(-1, -1)$ 处的切线方程为() .

- A. $y = 2x + 1$
- B. $y = 2x - 1$
- C. $y = -2x - 3$
- D. $y = -2x - 2$

2. 已知具有线性相关关系的变量 x, y 满足一组数据如下表所示. 若 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y} = 3x - 1.5$, 则 m 的值为() .

x	0	1	2	3
y	-1	1	m	8

- A. 6
- B. 5
- C. $\frac{9}{2}$
- D. 4

3. 某市委从组织机关10名科员中选3人担任驻村干部, 则甲、乙至少有1人入选, 而丙没有入选的不同选法的种数为() .

- A. 85
- B. 56
- C. 49
- D. 28

4. 已知 $(1+x)^n$ 的展开式中第5项与第9项的二项式系数相等, 则奇数项的二项式系数和为() .

- A. 2^9
- B. 2^{10}
- C. 2^{11}
- D. 2^{12}

5. 函数 $f(x) = \ln x - x^2$ 的极值情况为() .

- A. 无极值
- B. 有极大值, 无极小值
- C. 有极小值, 无极大值
- D. 不确定

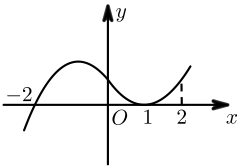
6. 从1, 2, 3, 4, 5中任取2个不同的数, 事件 $A =$ “取到的2个数之和为偶数”, 事件 $B =$ “取到的2个数均为偶数”, 则 $P(B|A) =$ () .

- A. $\frac{1}{8}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{2}{5}$
- D. $\frac{1}{2}$

7. 已知 $\left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中含 $x^{\frac{3}{2}}$ 的项的系数为30, 则 $a =$ () .

- A. $\sqrt{3}$
- B. $-\sqrt{3}$
- C. 6
- D. -6

8. 下图是函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象, 给出下列命题: ①-2是函数 $y = f(x)$ 的极值点; ②1不是函数 $y = f(x)$ 的极值点; ③ $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处切线的斜率小于零; ④ $y = f(x)$ 在区间 $(-2, 2)$ 上单调递增. 则正确命题的序号是() .



- A. ①②
- B. ①②③
- C. ①②④
- D. ②④

9. 六个人从左至右排成一行，最左端只能排甲或乙，最右端不能排甲，则不同的排法共有（ ）.

- A. 192种
- B. 216种
- C. 240种
- D. 288种

10. 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数和偶函数，当 $x < 0$ 时， $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) > 0$ ，且 $g(3) = 0$ ，则不等式 $f(x)g(x) < 0$ 的解集是（ ）.

- A. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$
- B. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
- C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
- D. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

11. 已知 $x = 3$ 是函数 $f(x) = a \ln(1+x) + x^2 - 10x$ 的一个极值点，则实数 $a =$ _____.

12. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3, \sigma^2)$ ，且 $P(X > 0) = 0.8$ ，则 $P(0 < X < 3) =$ _____.

13. 若 $(1-2x)^{2004} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2004}x^{2004}$ ($x \in \mathbf{R}$)，则

$(a_0 + a_1) + (a_0 + a_2) + (a_0 + a_3) + \cdots + (a_0 + a_{2004}) =$ _____ . (用数字作答)

14. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的单调减区间为_____.

15. 已知2件次品和3件正品放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出2件次品或者检测出3件正品时检测结束，则第二次检测出的是正品且恰好在第三次检测后检测结束的概率是_____.

16. 已知 $f(x) = xe^x$ ， $g(x) = -(x+1)^2 + a$ ，若 $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ ，使得 $f(x_2) \leq g(x_1)$ 成立，则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共4小题，共52分）

17. 某区选派7名队员代表本区参加全市青少年围棋锦标赛，其中3名来自 A 学校且1名为女棋手，另外4名来自 B 学校且2名为女棋手．从这7名队员中随机选派4名队员参加第一阶段的比赛．

（1）求在参加第一阶段比赛的队员中，恰有1名女棋手的概率．

（2）设 X 为选出的4名队员中 A 、 B 两校人数之差的绝对值，求随机变量 X 的分布列和数学期望．

18. 某校为了普及环保知识，增强学生的环保意识，在全校组织了一次有关环保知识的竞赛．经过初赛、复赛，甲、乙两个代表队（每队3人）进入了决赛，规定每人回答一个问题，答对为本队赢得10分，答错得0分．假设甲队中每人答对的概率均为 $\frac{3}{4}$ ，乙队中3人答对的概率分别为 $\frac{4}{5}$ ， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2}{3}$ ，且各人回答正确与否相互之间没有影响，用 ξ 表示乙队的总得分．
- （1）求 ξ 的分布列和数学期望．
- （2）求甲、乙两队总得分之和等于30分且甲队获胜的概率．

19. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + (a^2 - 1)x + b$ ($a, b \in \mathbf{R}$). 若 $y = f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y - 3 = 0$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 解析式.
- (2) 设 $G(x) = -f(x) - \frac{1}{2}mx^2$ ($m \in \mathbf{R}$) 求 $G(x)$ 的单调区间.
- (3) 若对于 (2) 中的函数 $G(x)$ 总有 $G'(x) \leq 0$, 对 $m \in [-3, 3]$ 恒成立, 求 x 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = x \ln x$, $g(x) = (-x^2 + ax - 3)e^x$.

(1) 求证: 对于任意的正实数 x , 都有 $\frac{f(x)}{x} < \frac{1}{2}x$.

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[t, t + \frac{1}{2e}\right]$ ($t > 0$) 上的最小值.

(3) 若存在两个不等实根 $x_1, x_2 \in \left[\frac{1}{e}, e\right]$, 使方程 $g(x) = 2e^x f(x)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.